

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

Για την επίλυση των ανισώσεων 2^{ου} βαθμού της μορφής $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma > 0$, $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma \geq 0$, $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma < 0$ και $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma \leq 0$, απαιτείται πρώτα η εύρεση των ριζών της εξίσωσης $\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = 0$. Για τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί το 'λογισμικό' που κατασκευάστηκε στο Project της Α' Λυκείου του Εσπερινού Γενικού Λυκείου Καστοριάς το Β' τετράμηνο του σχολικού έτους 2011 – 2012 [5].

Προαπαιτούμενες γνώσεις

Μαθηματικά

- Γνώση λογικών συναρτήσεων, σχολικό βιβλίο § Ε.1 , σελ. 9
- Βασικές γνώσεις της $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ και γραφικής παράστασής της, από προηγούμενες τάξεις.
- Της επίλυσης ανισώσεων δευτέρου βαθμού, σχολικό βιβλίο § 4.2 , σελ. 106

Πληροφορική

- Οι βασικές γνώσεις χειρισμού υπολογιστών.
- Η λειτουργία του Excel και συγκεκριμένα η εργασία με κελιά, η χρήση πράξεων, γραφημάτων και λογικών συναρτήσεων (IF, ABS, OR, AND...).

A. Σχεδιασμός περιβάλλοντος διεπαφής στο Excel

Θα έχουμε δυο φύλλα εργασίας. Στο πρώτο θα γίνεται η εύρεση των ριζών και στο δεύτερο η επίλυση της ανίσωσης.

1^ο φύλλο εργασίας – Εύρεση ριζών της δευτεροβάθμιας $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

- Εισαγωγή δεδομένων (α , β , γ και φορά της ανίσωσης)
- Έλεγχος δεδομένων
- Υπολογισμοί και εξαγωγή αποτελεσμάτων (Διακρίνουσα και ρίζες της εξίσωσης - αν υπάρχουν)

2^ο φύλλο εργασίας – Επίλυση της ανίσωσης

- Εισαγωγή δεδομένων από το πρώτο φύλλο (ανίσωση, φορά της ανίσωσης και ρίζες ...)
- Πίνακας προσήμων
- Υπολογισμοί και εξαγωγή αποτελεσμάτων
- Γραφική επίλυση

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Αρχικά θα χρησιμοποιηθεί το 'λογισμικό' του Project της Α' Λυκείου του Εσπερινού Γενικού Λυκείου Καστοριάς το Β' τετράμηνο του σχολικού έτους 2011 – 2012 που κατασκευάστηκε για την επίλυση δευτεροβάθμιων εξισώσεων και προσαρμόστηκε στις ανισώσεις.

- Επιλέγουμε την φορά της ανίσωσης από πτυσσόμενο πλαίσιο
- Δίνουμε τιμές στα α , β και γ

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

1. Επιλέγουμε την φορά της ανίσωσης
2. Δίνουμε τιμές στους συντελεστές α , β και γ

$\alpha =$	1
$\beta =$	-4
$\gamma =$	3


Επιλογή φοράς της ανίσωσης $ax^2+bx+\gamma$ < 0

Για να λύσετε μια νέα άσκηση, δώστε νέες τις τιμές στα α , β και γ

Θα επιλυθεί η ανίσωση: $x^2 - 4 \cdot x + 3 < 0$

Πρώτα βρίσκουμε τις ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4 \cdot x + 3 = 0$

Project A' Λυκείου



Σχ. Έτος 2012 - 2013

ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ο έλεγχος δεδομένων γίνεται αυτόματα από το πρόγραμμα στο 1^ο φύλλο εργασίας³
Αν δεν είναι αποδεκτές οι τιμές των α , β και γ εμφανίζεται μήνυμα σφάλματος και δεν ξεκινά καμιά περαιτέρω ενέργεια.

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ


1. Επιλέγουμε την φορά της ανίσωσης
2. Δίνουμε τιμές στους συντελεστές α , β και γ

$\alpha =$!
$\beta =$!
$\gamma =$	3

Δώστε τιμές στα α , β , για να λυθεί η ανίσωση

***Πρέπει οι α, β, γ να είναι πραγματικοί αριθμοί**

Project A' Λυκείου



Σχ. Έτος 2012 - 2013

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΕΞΑΓΩΓΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

1^ο φύλλο εργασίας¹

Δεν θα γίνονται οι υπολογισμοί μέχρι τα α , β και γ να έχουν αποδεκτές τιμές
Στο 1^ο φύλλο γίνεται η εύρεση της Διακρίνουσας και των ριζών της $ax^2+bx+\gamma = 0$

¹Project A' Λυκείου του Εσπερινού ΓΕ. Λ. Καστοριάς, Β' τετράμηνο του σχολικού έτους 2011 – 2012

Εκτός των αναλυτικών υπολογισμών γίνεται και επεξήγηση των βημάτων επίλυσης.

Για την $x^2 - 4x + 3 = 0$, θα έχουμε

ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ	
Βρίσκουμε τη Διακρίνουσα	$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma$
Αντικαθιστούμε στον τύπο, τις τιμές των α , β , γ και κάνουμε τις πράξεις	$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$
$\beta^2 = (-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$	$\Delta = 16 - 12$
$4 \cdot \alpha \cdot \gamma = 4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$	$\Delta = 4$
Η Διακρίνουσα είναι	

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ	ΘΕΩΡΙΑ
Βρήκαμε τη Διακρίνουσα $\Delta = 4$	Αν $\Delta > 0$ 2 πραγματικές άνισες ρίζες
Η Διακρίνουσα είναι θετικός αριθμός $\Delta > 0$	Αν $\Delta = 0$ 2 ίσες πραγματικές ρίζες (1 διπλή)
Άρα θα έχουμε δύο πραγματικές ρίζες άνισες	Αν $\Delta < 0$ Δεν έχουμε πραγματικές ρίζες

ΕΠΙΛΥΣΗ	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ
Ο τύπος εύρεσης των ριζών είναι $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha}$ Αντικαθιστούμε τα α , β και τη Διακρίνουσα Δ	
$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$ $\alpha=1, \beta=-4$ και $\Delta=4$ Η τετρ. ρίζα της Διακρίνουσας Δ είναι 2	
$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$ $\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 &= \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned} \right\}$	

2^ο φύλλο εργασίας – Επίλυση της ανίσωσης

Μεταφέρονται τα απαραίτητα δεδομένα από το 1^ο φύλλο εργασίας, η ανίσωση, η Διακρίνουσα και οι ρίζες

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-4x+3$



Επιλέξατε να λύσετε την ανίσωση $x^2-4x+3 < 0$

* Έχουμε βρει τη Διακρίνουσα και τις ρίζες της εξίσωσης $x^2-4x+3=0$

$$\alpha = 1$$

$$\text{Διακρίνουσα } \Delta = 4$$

$$\text{και ρίζες } x_1 = 3 \text{ και } x_2 = 1$$

Δημιουργείται αυτόματα ο πίνακας προσήμων, η λύση της ανίσωσης βάσει του πίνακα προσήμων και η αναλυτική εξήγηση.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΣΗΜΩΝ					ΘΕΩΡΙΑ	
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	Αν $\Delta > 0$	Εκτός των ριζών ομόσημο του α εντός των ριζών ετερόσημο του α
f(x)	+	⊖	⊖	+	Αν $\Delta = 0$	Παντού το πρόσημο του α * Στην ρίζα βάζουμε μηδέν
<p>Η Διακρίνουσα είναι θετική. Στον πίνακα βάζουμε μηδέν στις ρίζες 1, 3 Εντός των ριζών βάζουμε πρόσημο ετερόσημο του α, δηλ. - και εκτός των ριζών ομόσημο του α +</p>					Αν $\Delta < 0$	Παντού το πρόσημο του α

ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΝΙΣΩΣΗΣ

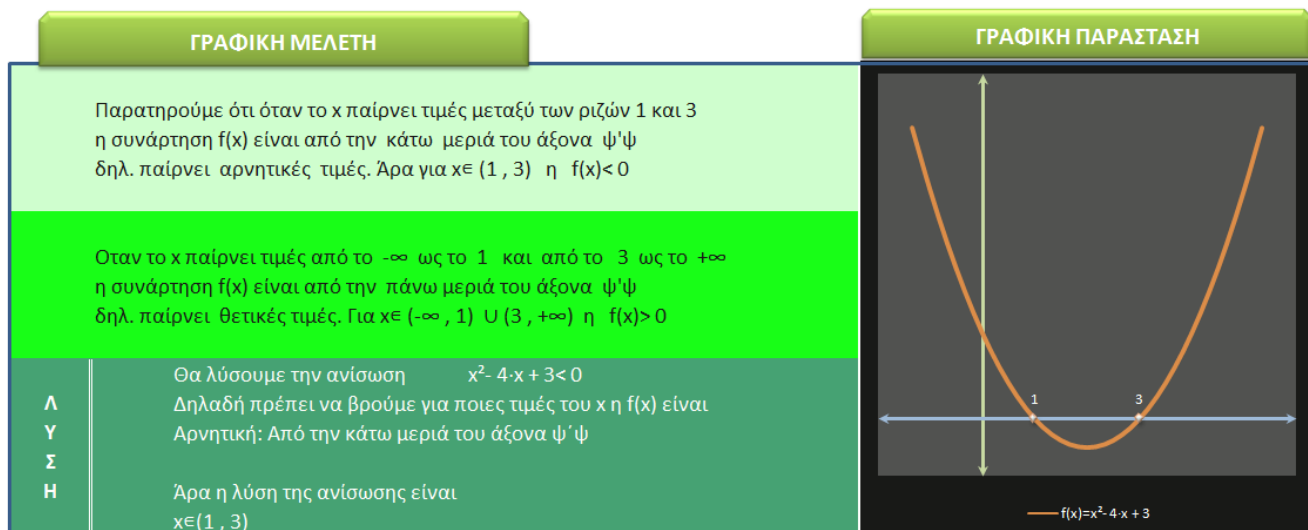
Θα λύσουμε την ανίσωση $x^2-4x+3 < 0$
Δηλαδή πρέπει να βρούμε για ποιες τιμές του x η f(x) είναι αρνητική

Παρατηρούμε στον πίνακα προσήμων, ότι η f(x) γίνεται αρνητική
όταν το x παίρνει τιμές μεταξύ των ριζών 1 και 3

Άρα η λύση της ανίσωσης είναι
 $x \in (1, 3)$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΝΙΣΩΣΗΣ

Επιπλέον έχουμε και την γραφική λύση της ανίσωσης με αναλυτική εξήγηση



Β. Ανάλυση της κατασκευής

ΕΝΤΟΛΕΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ

- IF
- AND
- OR
- ISNUMBER
- CONCATENATE
- ABS
- ROUND
- Εισαγωγή και επεξεργασία γραφήματος

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ΟΥ} ΒΑΘΜΟΥ

Δημιουργήθηκαν δυο φύλλα εργασίας. Στο 1^ο χρησιμοποιήθηκε το 'λογισμικό' του Project της Α' Λυκείου του Εσπερινού Γενικού Λυκείου Καστοριάς το Β' τετράμηνο του σχολικού έτους 2011 – 2012 που κατασκευάστηκε για την επίλυση δευτεροβάθμιων εξισώσεων και προσαρμόστηκε στις ανισώσεις.

Χρησιμοποιήθηκαν οι αντίστοιχες συναρτήσεις στο Excel όπως και στις Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

Η επίλυση προσαρμόστηκε στην θεωρία του Σχολικού Βιβλίου Κεφ. 4, §4.2, Ανισώσεις 2^{ου} Βαθμού.